

# Noise Generator with Adjustable Spectrum and Constant Variance (1987)

Prof. Dr. Gernot Hoffmann

## Rauschgenerator mit variablem Spektrum und konstanter Varianz

Vor einigen Jahren hat der Verfasser das „MIMOS-System“ für die Echtzeit-Simulation dynamischer Systeme entwickelt. Dessen Rechner (Intel 8086) haben analoge Ein- und Ausgänge und sind über die IEEE-488-Schnittstelle mit einem Leitrechner verbunden. Das Standardprogramm INTOC dient dabei zur numerischen Integration linearer Differentialgleichungen und gewöhnlicher Gleichungen im Zustandsraum. Zur Nachbildung stochastischer Störungen (Böen, Seegang) wurde hieraus der im folgenden beschriebene Rauschgenerator INTOC/B entwickelt, dessen Spektren und Amplituden folgende Eigenschaften

haben: Verteilungsdichte nach Gauß, größtmögliche Bandbreite bei vorgegebener Abtastfrequenz, programmierbare spektrale Leistungsdichte (farbiges Rauschen), vom Spektrum unabhängige Varianz. Der Algorithmus enthält eine Anzahl linearer Formfilter mit verschiebbaren Eckfrequenzen als Matrix-Differentialgleichungen bis zur Ordnung acht. Trotz der Verschiebung der Frequenzen wird die Varianz konstant gehalten. Das Programm berechnet und zeichnet die Verteilungsdichte eines beliebigen analogen Eingangssignals und bestimmt den Mittelwert sowie die Standardabweichung.

### 1 Das Schieberegister-Tiefpaß-Prinzip

Dieses Verfahren ist vermutlich erstmalig von G. C. Anderson, B. W. Finnie und G. T. Roberts [1] umfassend dargestellt worden. Eine gut verständliche Aufbereitung für praktische Anwender gibt G. Schänzer [2]. Bild 1 zeigt das Konstruktionsprinzip des Rauschgenerators.

Ein Schieberegister, beispielsweise mit 32 Speichern  $B_i$ , hat einige Rückkopplungen über ein Exklusiv-Oder-Gatter. Nur die ersten 15 Speicher werden für die Erzeugung der Zufallszahlen gebraucht. Sie bilden zusammen eine Integerzahl  $B$ , die beim Takten „zufällig“ Zahlenwerte zwischen 1 und  $2^{15} - 1 = 32767$  durchläuft. In einem kompletten Zyklus kommt jede Zahl außer 0 genau einmal vor. Danach wiederholt sich der Vorgang. Unterschiedliche Anfangswerte ermöglichen den Start der Sequenz an einer beliebigen Stelle. Die Zahlen  $B$  sind offensichtlich nicht normal- sondern gleichverteilt. Zur Umwandlung in normalverteilte Signale wird zunächst ein sogenanntes Telegrafensignal  $C_0$  erzeugt: Einem der Speicherinhalte, hier  $B_0$ , werden die Amplituden  $+1$  und  $-1$  zugeordnet. Die Verteilungsdichtefunktion besteht nun aus zwei Nadeln bei  $+1$  und  $-1$ , da diese Werte mit gleicher Wahrscheinlichkeit angenommen werden.

Bild 2 zeigt das Amplitudenspektrum für das Telegrafensignal (Abtastfrequenz  $f_C = 102,4$  Hz). Das im unteren

Frequenzbereich konstante Spektrum des Telegrafensignals soll als Grundlage für gefiltertes, farbiges Rauschen dienen. Bei  $f = 0,45 f_C$  ist das Amplitudenspektrum um 30 % ( $-3$  db) abgeschwächt.

Rauschsignale mit größerer Bandbreite können bei vorgegebener Abtastfrequenz nicht erzeugt werden. Die Abtastfrequenz ist durch den Zeittakt des übergeordneten Programms INTOC zur Integration von Differentialgleichungen festgelegt und liegt zwischen 100 und 200 Hz.

Nach [1] kann das Telegrafensignal durch einen Tiefpaß erster Ordnung mit der Eckfrequenz  $f_T = 0,05 f_C$  in ein Signal  $Z$  umgewandelt werden, das dann angenähert normalverteilt ist. Hierfür genügt ein Analogfilter. Dieses wird im Rechner durch ein Transversalfilter ersetzt, das direkt auf die Inhalte des Schieberegisters zurückgreift.

Ein Filter erzeugt primär eine spektrale Transformation. Es ist nicht leicht zu beweisen, daß das Filter die doppelnadelförmige Verteilungsdichte des Telegrafensignals in eine Normalverteilung überführt.

Das Signal  $Z$  hat dann ein Amplitudenspektrum, das im unteren Frequenzbereich dem Betrag des Filterfrequenzgangs und im oberen zusätzlich dem ungefilterten Spektrum folgt. So wird die ursprüngliche  $-3$ -dB-Bandbreite von  $0,45 f_C$  durch das Filter auf  $0,05 f_C$  reduziert. Beispielsweise hätte man mit der Abtastfrequenz 100 Hz

für das Signal  $C_0$  die Bandbreite 45 Hz und für  $Z$  nur noch 5 Hz.

## 2 Das Schieberegister-Allpaß-Prinzip

Nun soll die große Bandbreite des Schieberegister-Zufallsgenerators trotz Transformation auf Normalverteilung erhalten bleiben. Das folgende Konzept stammt von I. H. Rowe und I. M. Kerr [3].

Für die Erzeugung der Normalverteilung ist nicht die spektrale Begrenzung im Tiefpaß verantwortlich, sondern dessen Eigenschaft, die Signalanteile frequenzabhängig in der Phase zu verschieben. Ein Allpaß, der nur Phasentransformationen ohne Amplitudenveränderung durchführt, könnte die gleiche Wirkung erzielen, ohne jedoch die Bandbreite zu beschneiden. Der Allpaß wurde als rekursives Abtastfilter dritten Grades angesetzt und durch Parameteroptimierung auf möglichst gute Erzeugung der Normalverteilung getrimmt. Seine  $z$ -Übertragungsfunktion lautet:

$$A(z^{-1}) = \frac{[1 + (1/0,91) z^{-1}] [1 + (0,28/0,64) z^{-1} + (1/0,64) z^{-2}]}{(1 + 0,91 z^{-1}) (1 + 0,28 z^{-1} + 0,64 z^{-2})} \quad (1)$$

Dann wurde das Rekursivfilter durch ein Transversalfilter mit 32 Stufen approximiert. Die Gewichtungsfaktoren nach [3] findet man in Tabelle 1.

$$H(z^{-1}) = \sum_{k=0}^{k=31} h_k z^{-k} \quad (2)$$

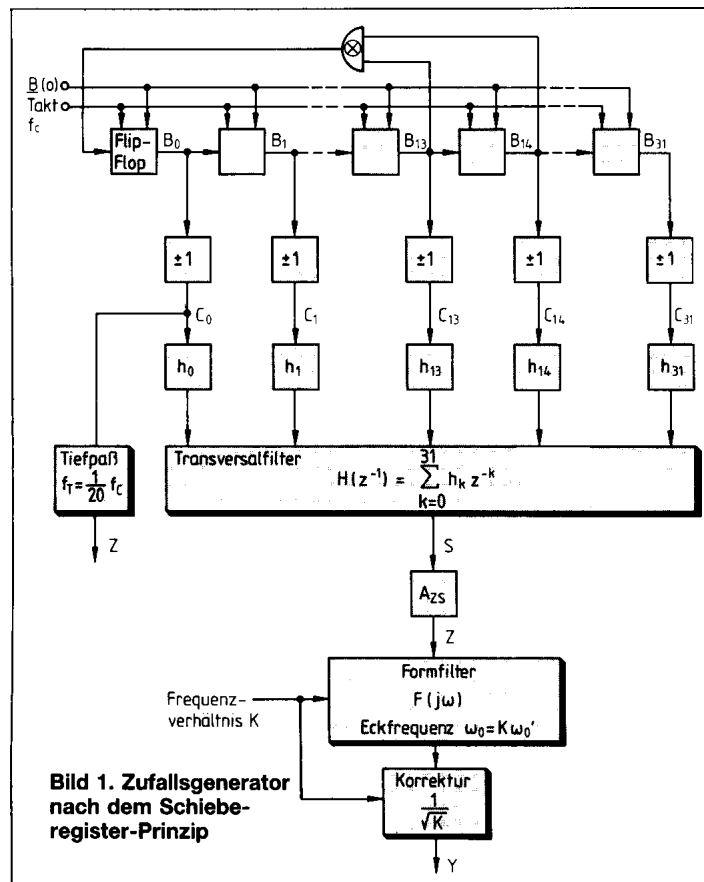


Bild 3 zeigt Betrag und Phase des Rekursivfilters für die Abtastfrequenz 1 Hz. Für das Transversalfilter erhält man praktisch die gleichen Diagramme. Dabei fällt auf, daß der statische Übertragungsfaktor nicht gleich Eins ist. Der statische Übertragungsfaktor ergibt sich aus den  $z$ -Übertragungsfunktionen, wenn anstelle von  $z^{-k}$  der Wert Eins eingesetzt wird. Er ist identisch mit dem Betrag des Frequenzgangs für die Frequenz Null. Man erhält mit Gl. (1) und Gl. (2):  $A(0) = 1,717$  und  $H(0) = 1,754$ . Der Unterschied der beiden Faktoren, offensichtlich ein Rechenfehler bei [3], stört nicht, weil der maßgebliche Faktor  $H(0)$  ohnehin bei der Realisierung des Filters angepaßt wird.

Für das Transversalfilter werden im Generator nach Bild 1 insgesamt 32 Stufen des Schieberegisters benötigt, obwohl der Zufallsgenerator mit weniger Stufen auskommt.

Es ist  $C_0$  das aus  $B_0$  gewonnene Telegrafensignal zum aktuellen Zeitpunkt,  $C_1$  das Signal vom vorhergehenden Schritt (Verschiebung  $z^{-1}$ ) usw. Aus allen verschobenen Signalen wird nach Gl. (2) die gewichtete Summe gebildet, und man erhält ein normalverteiltes Rauschsignal  $S$ .

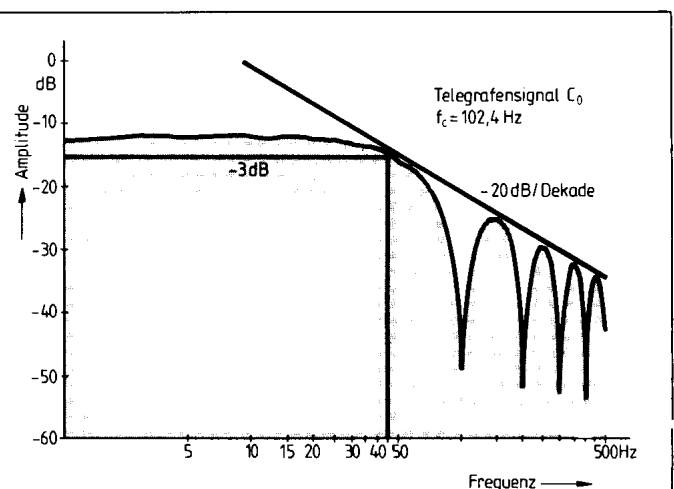
Nach Multiplikation mit einem noch unbekanntem Faktor  $A_{zs}$  ergibt sich das Zufallssignal  $Z$  mit einer wohldefinierten Standardabweichung.

Da ein Signal  $C_k$  nur Werte  $+1$  oder  $-1$  annehmen kann, ist seine Standardabweichung  $\sigma_C = 1,0$ .

Die Leistungsdichtefunktion  $S_{SS}$  des Signals  $S$  erhält man unter Berücksichtigung des Filterfrequenzgangs

**Tabelle 1. Gewichtungsfaktoren des Rekursivfilters**

k	$h_k$	k	$h_k$	k	$h_k$	k	$h_k$
0	1,000	8	-0,2478	16	-0,0384	24	-0,0315
1	0,3535	9	0,3615	17	0,0797	25	0,0276
2	0,7679	10	-0,1412	18	-0,0898	26	-0,0307
3	-0,0517	11	-0,0095	19	0,0583	27	0,0301
4	-0,8191	12	-0,0712	20	-0,0355	28	-0,0245
5	0,5774	13	0,1739	21	0,0422	29	0,0200
6	0,0676	14	-0,1380	22	-0,0521	30	-0,0194
7	-0,1204	15	0,0510	23	0,0450	31	0,0194



**Bild 2. Amplitudenspektren eines Telegrafensignals**

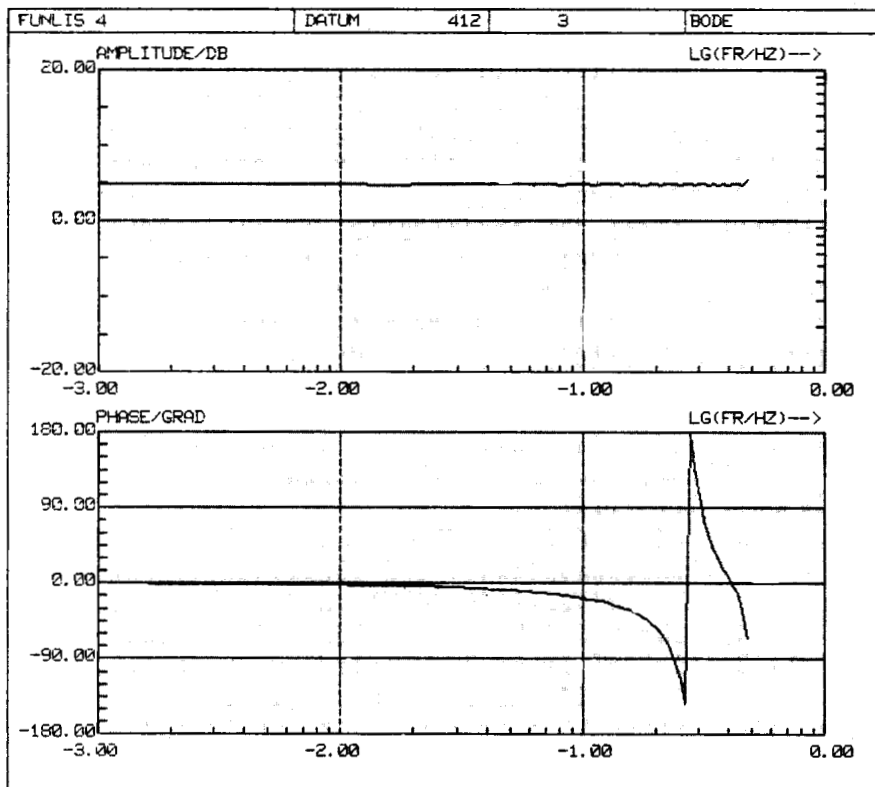


Bild 3. Bode-Diagramme der Allpaß-Filter

$H(j\omega)$  wie bei allen linearen Filtern so:

$$S_{SS}(\omega) = |H(j\omega)|^2 S_{CC}(\omega) \quad (3)$$

Die Leistungsdichte  $S_{CC}$  ist im Prinzip bekannt, wird aber nicht benötigt. Aufgrund der Allpaß-Charakteristik des Filters ist der Betrag des Frequenzgangs konstant:

$$|H(j\omega)| = H(0) \quad (4)$$

Die Varianz, das Quadrat der Standardabweichung (Mittelwert Null vorausgesetzt) erhält man aus der Leistungsdichte aus dem folgenden Integral, sofern  $S(\omega)$  für große Frequenzen verschwindet:

$$\sigma^2 = (1/\pi) \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (5)$$

Angewendet auf das Signal S ergibt sich:

$$\sigma_S^2 = (1/\pi) \int_0^{\infty} H(0)^2 S_{CC} d\omega = H(0)^2 \sigma_C^2 \quad (6)$$

Man beachte, daß  $S_{CC}$  nach Bild 2 für große Frequenzen tatsächlich verschwindet. Unter Berücksichtigung der Standardabweichung 1,0 für das Telegrafensignal folgt für die Standardabweichung des Signals Z:

$$\sigma_Z = A_{zs} H(0) \sigma_C = A_{zs} H(0) \quad (7)$$

Die Gauß-Kurve für das Signal Z, unendlich lang nach beiden Seiten, muß beschnitten werden. Mit  $\sigma_Z = 0,3$  und einem Ausgabebereich von  $-1,0$  bis  $+1,0$  gehen nur 3 % der Werte verloren. So erhält man den Faktor  $A_{zs}$ :

$$A_{zs} = \sigma_Z/H(0) = 0,3/1,754 = 0,1710 \quad (8)$$

Das Filter liefert maximal die Summe der Beträge der Gewichtungsfaktoren:

$$Z_{\max} = A_{zs} \sum_{k=0}^{31} |h_k| = 0,1710 \cdot 5,5959 = 0,9563 \quad (9)$$

Somit ergibt sich der Scheitelfaktor, das Verhältnis des Maximalwerts zur Standardabweichung, zu 3,19.

### 3 Formfilter mit frequenzunabhängiger Varianz

Üblicherweise nimmt man an, daß ein lineares Filter ein normalverteiltes Eingangssignal in ein normalverteiltes Ausgangssignal transformiert. Es sei Z das Eingangssignal, Y das Ausgangssignal und  $F(j\omega)$  der Frequenzgang des „Formfilters“. Dann besteht der folgende Zusammenhang zwischen den Leistungsdichten beider Signale:

$$S_{YY}(\omega) = |F(j\omega)|^2 S_{ZZ}(\omega) \quad (10)$$

Für die Transformation der Varianz (Quadrat der Standardabweichung) gilt die Beziehung nach Gl. (5):

$$\sigma_Y^2 = (1/\pi) \int_0^{\infty} S_{YY}(\omega) d\omega = (1/\pi) \int_0^{\infty} |F(j\omega)|^2 S_{ZZ}(\omega) d\omega \quad (11)$$

Nimmt man nun ein Filter  $F'$  mit festen Eckfrequenzen an, eine davon sei  $\omega_0'$ , so gilt zunächst die letzte Gleichung mit  $\sigma_Y'$  statt  $\sigma_Y$  und  $F'(j\omega)$  statt  $F(j\omega)$ .

Die Frequenztransformation  $\omega = K \omega'$  mit beispielsweise  $K < 1$  überführt die Eckfrequenz  $\omega_0'$  in die niedrigere Eckfrequenz  $\omega_0$ .

Aufgrund von Gl. (11) wird die Varianz am Ausgang des neuen Filters kleiner sein. Ein tiefpaßartiges Filter läßt von der gesamten verfügbaren Leistung des Eingangssignals nur einen Teil durch – die Standardabweichung des Ausgangs nimmt mit der Verkleinerung der Eckfrequenz ab. Das Formfilter sei zunächst tiefpaßartig mit einer Eckfrequenz von maximal 20 % der Taktfrequenz. Bei Verschiebungen der Eckfrequenzen zu niedrigeren Werten liefert das Produkt im Integral Gl. (11) für große Frequenzen fast Null, und im Durchlaßbereich bleibt die Leistungsdichte  $S_{ZZ}(\omega)$  annähernd konstant.

Sie kann daher im Integral vorgezogen werden. Es bleibt dann das Integral über das Quadrat des Frequenzgangs des Formfilters.

Die Substitution  $\omega = K\omega'$  überführt das Integral in die folgende

$$\sigma_Y'^2 = (1/\pi) S_{ZZ}(0) \int_0^{\infty} |F'(j\omega')|^2 (1/K) d\omega' = (1/K) \sigma_Y'^2 \quad (12)$$

Ist ein Formfilter mit der Eckfrequenz  $\omega_0'$  dimensioniert worden, so muß bei einer Frequenztransformation  $\omega = K \omega'$  das Ausgangssignal mit dem Faktor  $A_{yz}$  multipliziert werden:

$$A_{yz} = 1/\sqrt{K} \quad (13)$$

Damit wird beispielsweise bei Verkleinerung der Eckfrequenz der Ausgang zusätzlich verstärkt, so daß die Standardabweichung gleich bleibt. Ist das Formfilter sehr breitbandig, so daß  $S_{ZZ}(\omega)$  nicht gleich  $S_{ZZ}(0)$  gesetzt werden darf, so müßte das Integral Gl. (11) anscheinend für jedes Formfilter  $F(j\omega)$  speziell ausgewertet werden. Dieser Aufwand ist meistens unnötig. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, daß der vereinfachte Ansatz für alle die Filter gilt, deren frequenzabhängige Kontur bei der Frequenzverschiebung im Bereich konstanter Leistungsdichte  $S_{ZZ}(0)$  bleibt. Dazu gehören auch Sperrfilter, wenn deren Mittenfrequenzen im Verhältnis zur Abtastfrequenz klein bleiben.

#### 4 Übertragungsfunktionen und Differentialgleichungen von Formfiltern

Aufgrund der vorhandenen Infrastruktur der MIMOS-Rechner können Filter-Differentialgleichungen bis zur Ordnung acht sofort durch numerische Integration gelöst werden.

Als Beispiel dient hier ein Formfilter zweiter Ordnung mit dem Tiefpaßausgang Y1 (Filter TP) und dem Bandpaßausgang Y2 (Filter BP). Es ist Z das normalverteilte, auf  $\sigma_Z = 0,3$  skalierte Signal des Rauschgenerators, Ausgang des Transversalfilters.

In den Formfiltern ist die Eckfrequenz  $\omega_0$  einstellbar. Der Verstärkungsfaktor A wurde experimentell so bestimmt, daß die Filterausgänge alle die Standardabweichung  $\sigma_Y = 0,2$  haben (dagegen ist  $\sigma_Z = 0,3$ ). Dies ist leicht möglich, weil der Rechner die Standardabweichung selbst messen kann, was weiter unten beschrieben wird.

Tiefpaß TP:

$$TP = \frac{Y_1}{Z} = \frac{A \omega_0^2}{s^2 + 2 D \omega_0 s + \omega_0^2} \quad A = 12,994 \quad D = 0,100 \quad (14)$$

Bandpaß BP:

$$BP = \frac{Y_2}{Z} = \frac{A \omega_0 s}{s^2 + 2 D \omega_0 s + \omega_0^2} \quad (15)$$

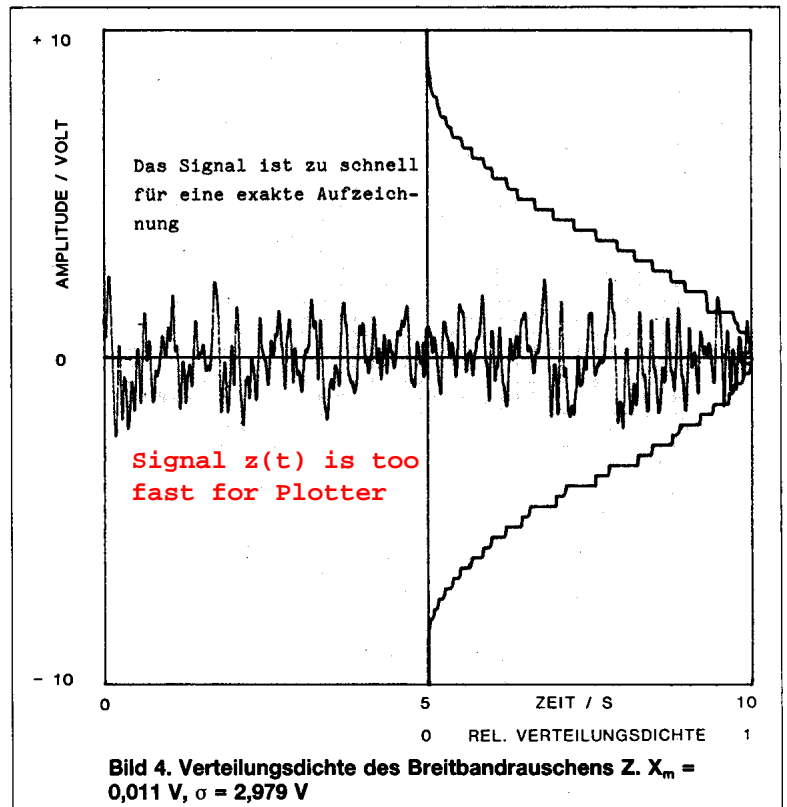
Der Tiefpaß hat im unteren Frequenzbereich die Verstärkung A und bei  $\omega_0$  eine Resonanzüberhöhung von ungefähr  $\frac{1}{2}D = 5$ , entsprechend 14 dB.

Die Filter werden folgendermaßen durch Differentialgleichungen realisiert:

$$\dot{Y}_1 = \omega_0 (Y_2) \quad (16)$$

$$\dot{Y}_2 = \omega_0 (-Y_1 - 2 D Y_2 + A Z) \quad (17)$$

In zweipoligen Filtern gelingt es, beide Ausgänge zugleich mit einem einzigen Verstärkungsfaktor A für die Standardabweichung  $\sigma_Y = 0,2$  zu konditionieren. Die Frequenztransformation wird für alle Filter durch einen gemeinsamen Integrierfaktor erzeugt.



#### 5 Das Integrationsprogramm INTOC

Für die Integration der Filter-Differentialgleichungen wird der mathematische Kern INTOC aller MIMOS-Rechner eingesetzt.

Das Gleichungssystem wird folgendermaßen notiert:

$$\dot{y}(t) = A y(t) + B z(t) + f(y,z,t) \quad (18)$$

$$z(t) = C y(t) + D z(t) + g(y,z,t) \quad (19)$$

Hierbei ist  $y$  der Zustandsvektor und  $z$  der Hilfsvektor mit je acht Komponenten. Der Rauschgenerator ist Teil einer der nichtlinearen Funktionen  $f$  oder  $g$ .  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  sind Systemmatrizen mit je 64 konstanten Elementen, die im Leitreechner editiert und in den MIMOS-Rechner übertragen werden.

Acht analoge Eingänge können wahlfrei auf  $z$ -Variable zugewiesen werden. Acht analoge Ausgänge des Rechners werden von Zustandsvariablen  $y$ , Hilfsvariablen  $z$  oder von einer internen Zeitbasis versorgt.

Im Leitreechner werden die Matrix-Differentialgleichungen aufbereitet:

$$z(t) = K y(t) + I g(y,z,t) \quad (20)$$

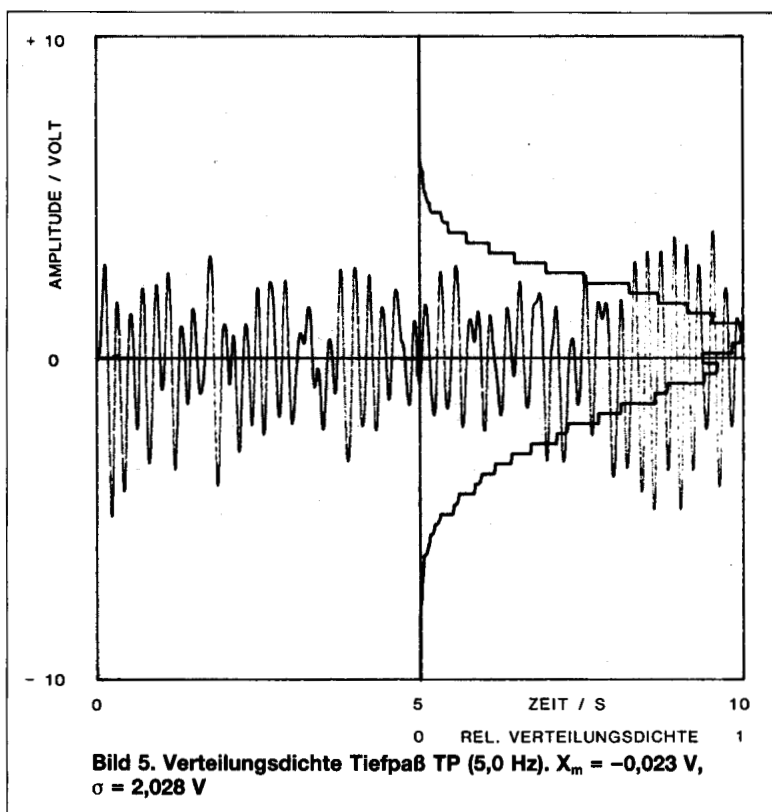
$$\dot{y}(t) = A y(t) + B z(t) + f(y,z,t) \quad (21)$$

Die neuen Matrizen  $I$  und  $K$  werden im Leitreechner aus den gegebenen Matrizen und der Einheitsmatrix  $E$  berechnet:

$$I = (E - D)^{-1} \quad (22)$$

$$K = I C \quad (23)$$

Auf diese Weise sind algebraische Schleifen eliminiert. Die Differentialgleichungen werden nach dem



Klasse erhält man  $NK = N/K = 512$  Werte und pro Digitalisierungsstufe  $NS = N/S = 8$  Werte. Hat der A/D-Umsetzer eine differentielle Nichtlinearität von 1 Bit (Fehler 0,024 %), so fehlen möglicherweise in einer Klasse  $NS = 8$  Werte, während in der benachbarten Klasse  $NS$  Werte hinzukommen. Die Verteilungsdichte würde dann um  $NS/NK = K/S = 64/4096 = 1,6\%$  vergrößert bzw. verkleinert. Mit wachsender Zahl der Klassen werden die kleinen Ungenauigkeiten des A/D-Umsetzers stärker hervorgehoben. Ohne Beachtung des A/D-Umsetzers könnte man durchaus mehr als 64 Klassen verwenden.

## 7 Messung des Mittelwertes und der Standardabweichung

Nach  $N$  Abtastzyklen hat der Generator eine Periode durchlaufen. Schon vorher können die bis dahin gespeicherten  $M$  Meßwerte statistisch ausgewertet und analog ausgegeben werden. Für  $M > N$  werden die Ergebnisse fixiert, die statistischen Parameter sind vollständig erfaßt.

Der Mittelwert  $X_m$  und die Standardabweichung  $\sigma$  werden nach den folgenden Beziehungen aus den Meßwerten berechnet:

$$X_m = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_i \quad (24)$$

$$\sigma = \sqrt{\left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i^2 \right) - x_m^2} \quad (25)$$

Die Meßwerte  $X_i$  sind einfach genau. Die Summe für den Mittelwert wird in Zweiwort-Darstellung und die Summe der Quadrate sogar in Dreiwort-Darstellung berechnet. Division und Radizieren wird mit Hilfe der sogenannten impliziten Technik (bekannt von Analogverstärkern) indirekt ausgeführt. Ist  $SM$  die doppelt genaue Summe in Gl. (24), so muß für den Mittelwert die folgende Gleichung erfüllt werden:

$$X_m \cdot M = SM \quad (26)$$

**Gernot Hoffmann** hat an der TU Braunschweig Maschinenbau studiert, dann als Assistent im Mechanikzentrum der TU Regler für Flugzeuge entwickelt und schließlich acht Jahre lang im eigenen Ingenieurbüro Bordrechner für Fernlenkflugkörper und Schiffe, automatische Meßplätze sowie Mikrocomputer für die Echtzeit-Simulation von dynamischen Systemen entworfen und gebaut. In diesem Jahr wird er an der Fachhochschule Ostfriesland in Emden Professor für Meß-, Steuer- und Regelungstechnik.

Verfahren von Heun [4] numerisch integriert. Die Abtastzeit wird an den Besetzungsgrad der Matrizen angepaßt und liegt in der Praxis zwischen 5 ms und 10 ms.

INTOC arbeitet in Festkomma-Formaten mit einfacher Wortlänge 16 Bit. Die Zuwachse bei der Integration werden jedoch mit doppelter Wortlänge akkumuliert. Dann können aufgrund einer ausgefeilten Skalierungstechnik bei der Abtastfrequenz 150 Hz stabile Systeme mit Eigenfrequenzen zwischen 0,01 und 10 Hz hinreichend genau simuliert werden.

## 6 Messung der Verteilungsdichte

Bild 4 zeigt das normalverteilte breitbandige Zufallssignal  $Z$  über der Zeit (nur die ersten zehn Sekunden) und die Auswertung der Verteilungsdichtefunktion für das gesamte Ensemble von 32767 Meßwerten in 224s.

INTOC/B berechnet die Verteilungsdichte eines analogen Eingangssignals. Digitalisiert wird mit 12 Bit oder  $S = 4096$  Stufen. Das digitalisierte Signal wird im Bereich von  $-10 \dots +10$  V in  $K = 64$  Klassen sortiert und als normierte Verteilungsdichtefunktion analog ausgegeben. Da zugleich der Mittelwert und die Standardabweichung bekannt sind, ist nur noch die Form der Verteilung von Interesse.

Schwierig ist die Wahl der Klassen-Anzahl. Hier muß die Ungenauigkeit des A/D-Umsetzers berücksichtigt werden. Das Eingangssignal sei im Bereich  $-10 \dots +10$  V gleichverteilt, zum Beispiel eine Dreiecksspannung. Pro

Anstelle der Division wird nur die Multiplikation mit doppelt genauem Ergebnis benötigt. Sodann gibt es zwei Möglichkeiten:

- a)  $X_m$  wird, ausgehend vom Startwert Null, mit Hilfe eines Zweipunktreglers inkrementiert oder dekrementiert, bis Gl. (26) erfüllt ist.
- b)  $X_m$  wird in sechzehn Schritten durch Sukzessiv-Approximation berechnet.

Die Standardabweichung wird auf ähnliche Weise ohne Radizieren ermittelt.  $SS$  ist die dreifach genaue Summe in Gl. (25). Der Mittelwert  $X_m$  sei schon bekannt. Dann muß die folgende Gleichung erfüllt werden:

$$(\sigma^2 + X_m^2) \cdot M = SS \quad (27)$$

$\sigma$  ist die einfach genaue Standardabweichung. Die Summe ist doppelt genau und wird mit  $M$  dreifach genau multipliziert. Ausgehend von  $\sigma=0$  kann man inkrementieren oder sukzessiv approximieren. Beide Algorithmen garantieren – im Gegensatz zum Newton-Verfahren – die Einhaltung des Definitionsbereichs und des Wertevorrats der Funktionen.

## 8 Ergebnisse

In Bild 5 und Bild 6 sieht man die statistische Auswertung für das Filter TP (Dämpfungsgrad  $D = 0,1$ , Resonanzfrequenzen 5 Hz und 1 Hz, Abtastfrequenz 146,3 Hz).

In Bild 5 (Eckfrequenz 5 Hz) ist das Ausgangssignal annähernd normalverteilt. Bei niedrigeren Eckfrequenzen – und das gilt für alle untersuchten Filter – ist die Normalverteilung gestört. Zur Kontrolle wurden einige Formfilter analog aufgebaut, mit dem normalverteilten Signal  $Z$  analog gespeist und mit INTOC/B vermessen. Es ergaben sich fast genau die gleichen Verteilungsdichten, Mittelwerte und Standardabweichungen.

Dann wurde der Einfluß des Anfahrvorgangs durch Vorgabe von Anfangswerten für die Filter oder durch Wahl eines anderen Anfangswertes des Schieberegisters untersucht – ohne Erfolg. Es ist nicht recht klar, unter welchen Voraussetzungen bei linearen Filtern die Normalverteilung erhalten bleibt.

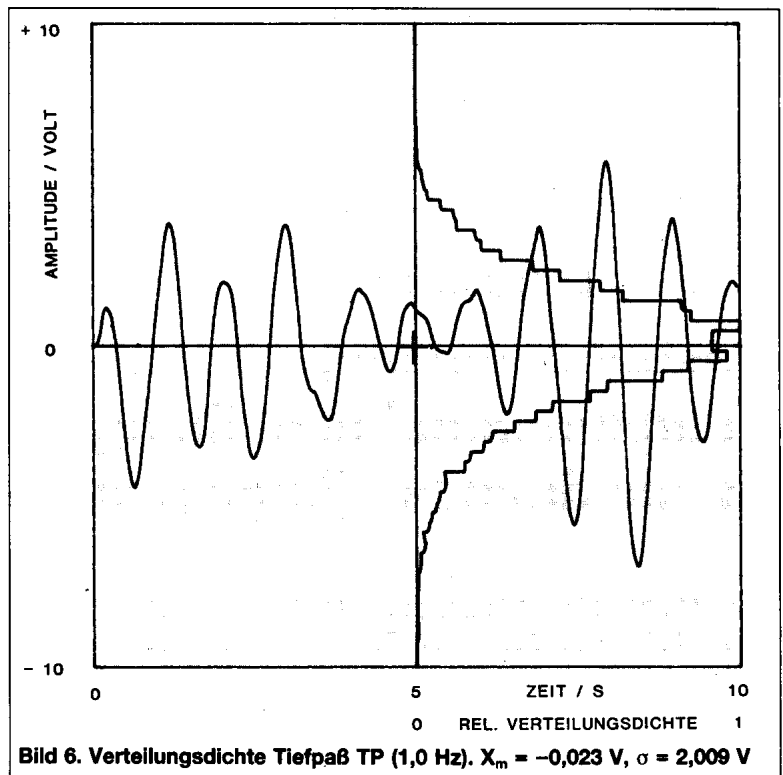


Bild 6. Verteilungsdichte Tiefpaß TP (1,0 Hz).  $X_m = -0,023$  V,  $\sigma = 2,009$  V

Der Verfasser dankt Herrn Dipl.-Ing. Volker Block aus Celle für die Hilfe bei der Planung des MIMOS-Systems und Herrn Dipl.-Ing. Matthias Linhardt aus Braunschweig für die Entwicklung vieler Programme.

## Literatur

- [1] Anderson, G. C., Finnie, B. W., Roberts, G. T.: Pseudo-Random and Random Test Signals. Hewlett-Packard-Journal, No. 1, 2 (1967).
- [2] Schänzer, G.: Böenmodelle für die Anwendung in der Flugdynamik. Z. für Flugwissenschaft und Weltraumforschung, 1, Heft 3, 1977.
- [3] Rowe, I. H., Kerr, I. M.: A Broad-Spectrum Pseudorandom Gaussian Noise Generator. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-15, No. 5, Oct. 1970.
- [4] Jentsch, W.: Digitale Simulation kontinuierlicher Systeme. R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, 1969.
- [5] Schlitt, H.: Stochastische Vorgänge in linearen und nichtlinearen Regelkreisen. Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1968.
- [6] Leonhard, W.: Statistische Analyse linearer Regelsysteme. B. G. Teubner, Stuttgart, 1973.

Gernot Hoffmann  
December 22, 2001  
Website  
Load browser and click here

Old links:

<http://www.fho-emden.de/~hoffmann/>

<http://www.fho-emden.de/~hoffmann/filename.pdf>

Please use since February 2013

New links:

<http://docs-hoffmann.de/>

<http://docs-hoffmann.de/filename.pdf>